

Перечень заданий для поступающих в 10 класс

Натуральные и целые числа

1. Напишите множество делителей и множество кратных числа 25.
2. Найдите множество решений неравенства $4 < y < 10$ на множестве натуральных чисел. Сделайте рисунок.
3. Опишите с помощью системы или совокупности неравенств множества

3.1. $\{x: x \in \mathbb{Z} \text{ и } x \in [2; 45)\}$.

3.2. $\{x: x \in \mathbb{Z} \text{ и } x \notin [5; 83]\}$.

3.3. $\{x: x \in \mathbb{Z} \text{ и } x \in [2; 45) \cup (56; 78]\}$.

3.4. $\{x: x \in \mathbb{Z} \text{ и } x \in [2; 78) \text{ и } x \notin (45; 56]\}$.

4. Число a при делении на 3 дает остаток 1. Какие остатки возможны при делении этого числа на 9?
5. Число a при делении на 20 дает остаток 1. Какие остатки возможны при делении этого числа на 8?

Пусть p и q – различные простые числа. Сколько делителей у числа:

1) pq ; 2) p^2q ; 3) p^2q^2 ; 4) p^nq^m .

6. Пусть p – простое число. Сколько существует чисел
 - а) меньших, чем p , и взаимно простых с ним?
 - б) меньших, чем p^2 , и взаимно простых с ним?
7. Произведение четырех последовательных чисел равно 1680. Найдите эти числа.
8. Найдите все пары натуральных чисел, сумма которых равна 168, а общий делитель – 24.
9. НОД двух натуральных чисел, не делящихся друг на друга, равен 18, а НОК – 108. Найдите все пары таких чисел.
10. Разность двух нечетных чисел равна 32. Докажите, что эти числа взаимно простые.

11. Расставьте приоритет операций в следующих выражениях:

а) $12^2 + 34 \cdot (56: 7 \cdot 8: 2 - 10 + 24)$;

б) $12 \cdot 5^4: 4 \cdot 5^3$;

в) $-24 \cdot 4 : 4 + 2 + 4 \cdot (-5 - 6 - 7)$.

12. Найдите: НОД(822; 1374), НОД(4623; 3473), НОД(4373; 826).

13. Можем ли мы утверждать, что:

- а) если a делится на 4 и на 3, то a делится на 12;
- б) если a делится на 4 и на 6, то a делится на 24;
- с) если a – четное, то $3a$ делится на 6;
- д) если $5a$ делится на 3, то a делится на 3;
- е) если $15a$ делится на 6, то a делится на 6;
- ф) если a делится на 3, то a^2 делится на 9;
- г) если a^2 делится на 8, то a делится на 8;
- h) если a^2 делится на 8, то a делится на 4?

14. Докажите, что:

- а) если a^2 делится на 3, то a делится на 3;
- б) если a^2 делится на 3, то a^2 делится на 9.

15. а). Докажите, что произведение трех последовательных натуральных чисел делится на 6;

б). Докажите, что произведение пяти последовательных натуральных чисел делится на 60, на 120.

16. Найдите неполное частное и остаток от деления

- а) 2023 на 7;
- б) -2023 на 11;
- в) 2023 на 13.

17. Напишите определение простого числа.

18. Разложите число $10!$ на простые множители.

Рациональные и действительные числа

1. Запишите в виде правильной обыкновенной дроби число

- 1) 0.12423423423 ...;
- 2) 0.363636 ...;
- 3) 0.98(17);
- 4) 0.9999999 ...;
- 5) 0.0025373737

2. Запишите в десятичной системе счисления:

- а) $9 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^0$; б) $7 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-5}$;
 в) $2 \cdot 10^{-2} + 1 \cdot 10^{-6} + 7 \cdot 10^{-8}$;
 г) $2 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-5} + 6 \cdot 10^{-6} + 7 \cdot 10^{-7}$;
 д) $3 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2} + 1 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-4} + 9 \cdot 10^{-5}$.

3. Запишите по разрядам числа 10 следующие числа

- 1) 147.96; 2) 0.0025; 3) $1.98 \cdot 10^{-7}$; 4) $6.02 \cdot 10^{23}$.

4. Вычислите $15 \left(\frac{4}{3}\right)^7 : 5 \left(\frac{4}{3}\right)^3$.

5. Вычислите

$$\frac{\left(0.5 : 125 + \frac{7}{5} : 1\frac{4}{7} - \frac{3}{11}\right) \cdot 3}{\left(1.5 + \frac{1}{4}\right) : 18\frac{1}{3}}.$$

6. Вычислите

$$\frac{3\sqrt{12}}{\sqrt{45} - 4\sqrt{3}} + 5\sqrt{2.4}(\sqrt{15} + 3).$$

7. Освободитесь от иррациональности в знаменателе

$$\frac{6}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}.$$

8. Освободитесь от иррациональности в знаменателе

$$\frac{2}{\sqrt{13} + \sqrt{11}}.$$

9. Вычислите

$$\frac{\frac{5}{6} - \frac{21}{45}}{1\frac{5}{6}} \cdot \frac{1.125 + 1\frac{3}{4} - \frac{5}{12}}{0.59}$$

10. Найдите значение выражения:

а) $-20 - 1.7 : \left(2\frac{3}{4} - 9\frac{5}{6}\right)$

б) $(306 - 694)2 + 4 \cdot 306 \cdot 694$.

11. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{(1 - \sqrt{3})^2}{(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)}.$$

12. Найдите значение выражения:

a) $(162^2 - 161^2): 323$;

b) $3\sqrt{2} - (\sqrt{50} - (\sqrt{32} - \sqrt{8}))$.

13. Упростите выражения:

a) $2x(2x + 3y) - (x + y)^2$;

b) $\left(a + 3 - \frac{12a}{a+3}\right)\left(\frac{2a}{a-3} - \frac{4a^2}{a^2-6a+9}\right)$.

14. Упростите выражения:

a) $(y - 4)(2 + y) - (y - 2)^2$;

b) $\left(\frac{20x}{x+5} - x - 5\right)\left(\frac{x}{x-5} + \frac{10x}{x^2-10x+25}\right)$.

Многочлены

1. Запишите в каноническом виде многочлен

$$2(2x^2 + 5x)^2 + 5(2x^2 + 5x - 3) - 3.$$

2. Разделите с остатком многочлен $P(x)$ на многочлен $Q(x)$, если:

1) $P(x) = x^4 - 3x^2 + 2$ и $Q(x) = x^2 + 1$;

2) $P(x) = x^3 - 7x^2 + 12x$ и $Q(x) = x^2 - x$;

3) $P(x) = 6x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 20x + 7$ и $Q(x) = x - 1$.

3. Разложите на множители многочлен $x(x^3 + 6x^2 + 9x) + x^2 + 3x$.

4. Разложите на множители многочлен $x^3 - 8 - (x^2 - 4)$.

5. Решите уравнение:

1) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$;

2) $x^3 - 6x^2 + 15x - 14 = 0$;

3) $6x^4 + x^3 - 28x^2 + 21x - 4 = 0$;

4) $10x^4 + 13x^3 + 12x^2 + 2x - 1 = 0$.

6. Разложите на множители

$$a^2 + b^2 + 2a - 2b - 2ab.$$

Дробно-рациональные выражения

1. Выполните действия:

$$1) \frac{x-2}{3x(x-4)} - \frac{x+2}{3x(x+4)};$$

$$2) \frac{x+3}{3x-9} - \frac{3x+1}{x^2-3x};$$

$$3) \frac{12}{36-x^4} + \frac{1}{6+b^2} - \frac{1}{6-b^2}.$$

2. Выполните действия:

$$1) \frac{3a-4b}{a} : (16b^2 - 9a^2);$$

$$2) \frac{5c-4d}{2c+3d} \cdot \frac{9d^2-4c^2}{10c-8d};$$

$$3) \frac{x-6}{x^2+12x+36} \cdot \frac{3x-18}{6x^2+x^3}.$$

3. Упростите выражение

$$\left(a - 6 + \frac{61}{a+6}\right) : \frac{a^2 + 25}{a^2 + 12a + 36} \cdot \frac{2}{a+6}.$$

4. Вычислите $35x^9 : 7x$.

5. Сократите дробь

$$\frac{x^2 + x - 12}{x^2 + 8x + 16}.$$

6. Упростите выражение

$$\left(m + n - \frac{4mn}{m+n}\right) : \left(\frac{m}{m+n} - \frac{n}{n-m} - \frac{2mn}{m^2 - n^2}\right).$$

7. Упростите выражение:

$$(x - 16y) : \left(\frac{4\sqrt{xy}}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{y}}\right) + 4\sqrt{y}.$$

8. Сократите дробь:

$$\frac{2a + a^2 - b^2 - 2b}{-2a - 2b - 4}.$$

9. Сократите дробь:

$$\frac{3x - 3y - 9}{x^2 - 3x - 3y - y^2}.$$

Уравнения

1. Решите уравнение

$$5(x + 3) = 2(8 - x).$$

2. Решите уравнение

$$\frac{5}{x + 3} = \frac{2}{8 - x}.$$

3. Решите системы уравнений

$$\begin{cases} 5x + y = 17 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2x + y = 15 \\ 2x + 9y = 23 \end{cases}; \quad \begin{cases} 6x + 3y = 15 \\ 5x - 3y = 7 \end{cases}.$$

4. Решите уравнения:

1) $x^2 + 9x + 14 = 0$;

2) $x^2 + 10x + 26 = 0$;

3) $x^2 + 14x + 49 = 0$.

5. Решите уравнение

$$\frac{5x + 1}{x + 8} = \frac{2x + 4}{12 - x}.$$

5. Решите уравнения:

1) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$;

2) $x^4 - 21x^2 - 100 = 0$;

3) $(x - 1)^4 - 10(x - 1)^2 + 9 = 0$;

4) $(x - 6)(x - 5)(x - 3)(x - 2) = 40$.

7. Не решая уравнения найдите сумму корней:

1) $x^2 + 4x - 5 = 0$; 2) $2x^2 + 9x - 1 = 0$; 3) $-x^2 + 5x - 7 = 0$.

8. Не решая уравнения найдите произведение корней:

1) $-3x^2 + 10x + 12 = 0$; 2) $6x^2 + 9x + 1 = 0$; 3) $x^2 + 11x - 17 = 0$.

9. Решите уравнения

1. $2x - x^2 = 0$.

2. $5x^2 = 25x$.

3. $(2x - 3)(x + 4) = 5(x + 4)$.

4. $x^3 - 5x^2 + 16x - 80 = 0$.

$$5. x^4 - 5x^2 + 4 = 0.$$

$$6. (x^2 + 2x)^2 - 2(x^2 + 2x) - 3 = 0.$$

$$7. x^4 - 2x^2 - 8 = 0.$$

$$8. \frac{3}{x-2} - \frac{2}{x} = 1.$$

$$9. \sqrt{x+11} + 1 = x.$$

$$10. \frac{4}{4x^2-1} - \frac{x-1}{2x^2+x} = \frac{2}{2x-1}.$$

$$11. 3\sqrt{x+2} = 2 - x.$$

10. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 14 - 3(x - y) = 5(y - x), \\ 2(x + y) = 8. \end{cases}$$

11. Решите уравнение:

$$(x^2 - 2x - 1)^2 + 3x^2 - 6x - 13 = 0.$$

12. Решите уравнение:

$$x^2 - \frac{12 - \sqrt{2}}{2}x - 3\sqrt{2} = 0.$$

13. Решите уравнение:

$$x^2 - \frac{8 - \sqrt{3}}{2}x - 2\sqrt{3} = 0.$$

14. Решите уравнение:

$$(2x^2 + 3x - 1)^2 - 10x^2 - 15x + 9 = 0.$$

15. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x - 7y = 20 - 2x + y, \\ 5(x - y) = 10. \end{cases}$$

Неравенства

1. Решите неравенства:

$$1) 5(x + 3) < 2(8 - x);$$

$$2) 5(x + 3) \leq 2(8 - x);$$

$$3) 5(x + 3) > 2(8 - x);$$

$$4) 5(x + 3) \geq 2(8 - x).$$

2. Решите неравенства:

$$1) \frac{1}{x} < \frac{1}{4}; \quad 2) \frac{1}{x} \leq \frac{1}{4}; \quad 3) \frac{1}{x} > \frac{1}{4}; \quad 4) \frac{1}{x} \geq \frac{1}{4}.$$

3. Решите системы неравенств

$$\begin{cases} 5x \leq 20; \\ 7x \geq 21; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x > 20; \\ 7x \geq 21; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x \leq 20; \\ 7x < 21; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x > 20; \\ 7x < 21; \end{cases}$$

4. Решите совокупность неравенств

$$\begin{cases} 4x \geq 16; \\ -7x \geq 7; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x < 16; \\ -7x \geq 7; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x \geq 16; \\ -7x < 7; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x < 16; \\ -7x < 7; \end{cases}$$

5. Решите неравенства:

$$\begin{aligned} 1) x^2 + 9x + 14 < 0; \quad 2) x^2 + 9x + 14 \geq 0; \quad 3) x^2 + 10x + 26 \leq 0; \\ 4) x^2 + 10x + 26 > 0; \quad 5) x^2 + 14x + 49 \leq 0; \quad 6) x^2 + 14x + 49 > 0. \end{aligned}$$

6. Решите неравенство $\frac{5x+1}{x+8} \leq \frac{2x+4}{12-x}$.

Функция

1. На одной системе координат постройте графики функции:

$$1) y_1 = x^2 - 2; \quad 2) y_2 = (x + 3)^2; \quad 3) y_3 = (x + 3)^2 - 2.$$

2. На одной системе координат постройте графики функции:

$$1) y_1 = -x^2 + 2; \quad 2) y_2 = -(x - 3)^2; \quad 3) y_3 = -(x - 3)^2 + 2.$$

3. Найдите D_f для следующих функций

$$1) y = 5x + 9; \quad 2) y = -7x + 3; \quad 3) y = 2.$$

4. Найдите E_f для следующих функций

$$1) y = 5x + 9; \quad 2) y = -7x + 3; \quad 3) y = 2.$$

5. Найдите D_f для следующих функций

$$1) y = 2x^2 + 4x + 11; \quad 2) y = -x^2 + 4x + 6; \quad 3) y = x^2 - 6x + 8.$$

6. Найдите E_f для следующих функций

$$1) y = 2x^2 + 4x + 11; \quad 2) y = -x^2 + 4x + 6; \quad 3) y = x^2 - 6x + 8.$$

Прогрессии

1. Найдите первый член, разность арифметической прогрессии, а также напишите формулу n-го члена прогрессии:

1) 3, 5, 7, 9, ...; 2) 3, 9, 15, 21, ...; 3) 4, 8, 12, 16,

2. Найдите первый член, знаменатель геометрической прогрессии, а также напишите формулу n -го члена прогрессии:

1) 1, 2, 4, 8, 16, ...; 2) 20, 10, 5, ...; 3) 1, 1.1, 1.21,

3. Любые ли три числа могут являться членами (необязательно последовательными) какой-нибудь арифметической прогрессии?

4. Любые ли три числа могут являться членами (необязательно последовательными) какой-нибудь геометрической прогрессии?

5. Сумма третьего и девятого членов арифметической прогрессии равна 8. Найдите сумму первых 11 членов этой прогрессии.

6. Найти сумму всех положительных четных двузначных чисел, делящихся на 3 нацело.

7. Вычислите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 1000 и не делящихся на 12.

8. Найдите числа, одновременно являющиеся членами двух арифметических прогрессий 2, 5, 8, ..., 332 и 7, 12, 17, ..., 157. Сколько имеется таких чисел?

9. Последовательность чисел b_1, b_2, b_3, \dots является геометрической прогрессией. Известно, что $b_1 \cdot b_3, b_{11} = 8$. Найдите $b_2 \cdot b_8$.

10. Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна 13, а их произведение равно 27. Найдите эти числа.

11. Найдите сумму $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$

12. Найдите сумму $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \dots$

13. Переведите в обыкновенную дробь 0.21(456).

14. Рассчитайте сумму вклада через 4 года при сложной процентной ставке 10% годовых, если было вложено 1000 рублей.

15. С какой процентной ставкой необходимо вложить деньги в банк, если через 2 года вкладчик хочет получить 1102,5 рублей при первоначальном взносе 1000 рублей?

Задачи

1. а) На какой коэффициент надо умножить число, чтобы оно возросло на 35%?
б) На какой коэффициент надо умножить число, чтобы оно уменьшилось на 30%?
в) Число умножили на 0,74. На сколько процентов и в какую сторону оно изменилось?
г) Число умножили на 2,74. На сколько процентов и в какую сторону оно изменилось?
2. В двух бочках было воды поровну. Количество воды в первой бочке вначале уменьшилось на 10%, а затем увеличилось на 10%. Количество воды во второй бочке, наоборот, вначале увеличилось на 10%, а затем уменьшилась на 10%. В какой бочке стало больше воды?
3. Петя купил две книги. Первая из них на 50% дороже второй. На сколько процентов вторая книга дешевле первой?
4. В 100г раствора имеется 1% соли. После испарения стало 2% соли. Сколько весит этот 2-процентный раствор соли?
5. У Буратино было некоторое число монет, на которые он мог купить либо букварь, либо курточку. Вместо этого он закопал их на поле чудес, которое ежемесячно приносило 25% дохода. Через сколько месяцев Буратино сможет купить и букварь и курточку?
6. Собаки Отгадай и Угадай соревновались в беге. Прыжок Угадай на 30% короче, чем прыжок Отгадай, но зато он успевал за то же время делать на 30% прыжков больше, чем Отгадай. Кто из них победит в соревновании?
7. Шестиклассники решили пойти в поход. Первоначально девочек было 25% от числа всех участников. Но одна девочка не пришла, а вместо неё пришёл один мальчик, и тогда уже число девочек составило только 20% от числа всех участников. Сколько девочек и сколько мальчиков участвовало в походе?
8. Буратино предложил купить ириски. На что практичная Мальвина ответила: «Давай лучше купим леденцов. Купить их можно на 50% больше, а заплатить

за них придётся больше только на 25%.» Во сколько раз леденцы дешевле ирисок?

9. Известно, что среди шестиклассников каждый седьмой — любитель кино, а среди любителей кино каждый пятый — шестиклассник. Кого больше: шестиклассников или любителей кино?

10. Буратино, спасаясь от преследования Дуремара, пробежал уже $\frac{1}{5}$ км. Если ему удастся пробежать 40% этого, то до укрытия под мостом останется всего $\frac{3}{7}$ того, что он пробежал. Сколько бы осталось пробежать Буратино?

11. В трёх классах выполнялась контрольная работа. Оценки «5», «4», «3», «2» получили соответственно 28%, 35%, 25%, 12% учащихся. Сколько учащихся писали контрольную работу?

12. Числитель дроби увеличили на 20%. На сколько процентов надо уменьшить её знаменатель, чтобы в итоге дробь возросла вдвое?

13. Имеются два сосуда ёмкостью 1 л и 2л. Из содержимого приготовили 0,5 л смеси, содержащей 40% яблочного сока, и 2,5 л смеси, содержащей 88% яблочного сока. каково процентное содержание яблочного сока в сосудах?

14. Маша – младшая сестра Саши, ходит в два раза медленнее Саши.

а) Саша идёт от дома до школы 15 минут. Сколько времени Маша идёт от школы до дома?

б) Саша и Маша вышли одновременно из дома и пошли по улице к перекрёстку. Через некоторое время Саша дошёл до перекрёстка. Где была в это время Маша?

в) Саша и Маша вышли одновременно навстречу друг другу. Какую часть пути прошла Маша до встречи?

г) Маша вышла из дома на 5 минут раньше Саши. Через сколько минут Саша догонит Машу?

д) Саша вышел из школы, а Маша вышла в это время из дома. Через 10 минут они встретились. Через сколько минут Маша придёт в школу?

15. Маша и Саша, поссорившись, пошли с равными скоростями в противоположные стороны. Через 3 минуты Саша решил помириться и,

развернувшись, стал догонять Машу, увеличив скорость в три раза. Сколько пройдёт минут, прежде чем он догонит Машу?

16. Маша и Саша вышли одновременно навстречу друг другу. Каждый из них идёт с постоянной скоростью и, дойдя до конца дороги, поворачивает обратно. Первый раз они встретились через две с половиной минуты после начала движения. Когда они встретятся во второй раз?

17. Из пункта А по прямолинейной дороге выехал автомобиль, а через некоторое время следом за ним – мотоциклист. Догнав автомобиль, он повернул обратно и вернулся в пункт А, причём автомобиль в момент возвращения находился на расстоянии в 3 раза большем от А, чем в момент выезда мотоциклиста. Найдите отношение скоростей мотоциклиста и автомобиля.

18. Из пункта А в пункт В вышел пешеход. Одновременно с ним из В в А выехал велосипедист. Через час пешеход оказался ровно посередине между А и велосипедистом. Ещё через 15 минут они встретились и продолжили свой путь. Сколько времени пешеход шёл до В? (Скорости пешехода и велосипедиста постоянны.)

19. Из пункта А по реке отправляется плот. Одновременно навстречу ему из пункта В отправляется катер. Встретив плот, катер сразу поворачивает и идёт по течению. Какую часть пути от А до В пройдёт плот к моменту возвращения катера в пункт В, если собственная скорость катера в четыре больше скорости течения реки?

20. Два пешехода вышли на рассвете. Один шёл из А в В, другой – из В в А. Они встретились в полдень и не прекращая движения, пришли один в В в 4 часа вечера, а другой в А в 9 часов вечера. В котором часу в тот день был рассвет?

21. Из пункта А в пункт В вышел пешеход, и одновременно из В в А – мотоциклист. Встретив пешехода, мотоциклист развернулся, довёз пешехода до пункта В, а затем добрался до пункта А. Во сколько раз в результате

непредусмотренных разъездов мотоциклист проиграл во времени, если пешеход, наоборот, выиграл во времени в 4 раза?

22. Винни-Пух вышел от Пятачка и отправился домой. Когда он прошёл 160 шагов, его бросился догонять Пятачок с шариком. Скорость Пятачка в 5 раз больше скорости Винни. На каком расстоянии от домика Пятачок догонит друга?

23. Из пункта А в пункт В выехал велосипедист. Одновременно из пункта В в пункт А навстречу велосипедисту вышел пешеход. После их встречи велосипедист повернул обратно, а пешеход продолжил свой путь. Известно, что велосипедист вернулся в пункт А на 30 минут раньше пешехода, при этом его скорость была в 5 раз больше скорости пешехода. Сколько времени затратил пешеход на путь из А в В?

24. Из Цветочного Города выехал Винтик на автомобиле и одновременно навстречу ему из Солнечной Поляны в Цветочный город выехал Незнайка на велосипеде. После столкновения они продолжили свой путь. Винтик, доехав до Солнечной Поляны, тотчас повернул назад и догнал Незнайку через 2 ч. после момента первой встречи. Сколько времени после первой встречи ехал Незнайка до Цветочного города, если известно, что к моменту второй встречи он проехал $\frac{2}{5}$ всего пути от Солнечной Поляны до Цветочного Города?

25. Полтора землекопа выкопали за полтора часа полторы ямы. Сколько ям выкопают два землекопа за два часа?

26. Мосметрострой нанял двух землекопов для рытья туннеля. Один из них может за час прокопать вдвое больше, чем другой, а платят по договору каждому одинаково за каждый час работы. Что обойдётся дешевле – совместная работа землекопов с двух сторон до встречи или поочерёдное рытьё половины туннеля каждым из землекопов?

27. Ванна заполняется холодной водой за 6 минут 40 секунд, горячей – за 8 минут. Кроме того, если из полной ванны вынуть пробку, вода вытечет за 13 минут 20 секунд. Сколько времени понадобится, чтобы наполнить ванну

полностью, при условии, что открыты оба крана, но ванна не заткнута пробкой?

28. Из горячего крана ванна заполняется за 23 минуты, из холодного – за 17 минут. Маша открыла сначала горячий кран. Через сколько минут она должна открыть холодный, чтобы к моменту наполнения ванны горячей воды налилось в 1,5 раза больше, чем холодной?

29. Треть роты осталась в лагере, а остальные бойцы уехали на стрельбы. Оставшиеся в лагере съели за обедом четверть приготовленной похлебки, а вернувшиеся вечером со стрельб получили порции в полтора раза большие, чем давали за обедом. Сколько похлебки осталось для ротной собаки Найды?

30. Пазл Пете понравился, он решил его склеить и повесить на стену. За одну минуту он склеивал вместе два куска (начальных или ранее склеенных). В результате весь пазл соединился в одну цельную картину за 2 часа. За какое время собралась бы картина, если бы Петя склеивал вместе за минуту не по два, а по три куска?

31. Трое рабочих копают яму. Они работают по очереди, причем каждый из них работает столько времени, сколько нужно двум другим, чтобы вырыть половину ямы. Работая таким образом, они выкопали яму. Во сколько раз быстрее трое рабочих выкопают такую же яму, если будут работать одновременно?

32. 48 кузнецов должны подковать 60 лошадей. Какое наименьшее время они затратят на работу, если каждый кузнец тратит на 1 подкову 5 минут?

Бригада из нескольких рабочих за 7 полных дней может выполнить такое же задание, какое может выполнить эта же бригада без двух человек за несколько полных дней, и такое же, как без шести человек за несколько полных дней. Сколько рабочих в бригаде? (Производительность рабочих одинаковая.)

33. На дне озера бьют ключи. Стадо из 183 слонов могло бы выпить озеро за 1 день, а стадо из 37 слонов – за 5 дней. За сколько дней выпьет озеро один слон? Слили вместе 20 л 30% раствора и 30 л 20% раствора соляной кислоты. Какова концентрация полученного раствора?

- 34.** Какое количество воды надо добавить в один литр 10% водного раствора спирта, чтобы получить 6%-й раствор?
- 35.** Для приготовления водного раствора кислоты взяли 4 литра 40%-го и 6 литров 60%-го растворов кислоты. Затем часть полученной смеси вылили и добавили такое же количество чистой воды, в результате чего получился 39%-ый раствор кислоты. Сколько литров воды было добавлено?
- 36.** Мальчик пил чай с сахаром. Он положил три ложки на один стакан чая. Полностью растворив сахар, он отпил $2\frac{1}{3}$ стакана чая, добавил одну ложку сахара и долил стакан до полного. Размешав сахар и отпив $1\frac{1}{3}$ стакана, мальчик решил, что чай недостаточно сладкий. Сколько сахара нужно добавить, чтобы сделать чай таким же сладким, как и вначале?
- 37.** Кусок сплава меди и цинка массой в 36 кг содержит 45% меди. Какую массу меди нужно добавить к этому куску, чтобы полученный новый сплав содержал 60% меди?
- 38.** Чашка до краев наполнена черным кофе в количестве 100 мл, а в кувшин налито 300 мл молока. Какое количество кофе надо перелить из чашки в кувшин и, перемешав, снова наполнить ее до краев полученной смесью, чтобы молока и кофе в чашке оказалось поровну?
- 39.** Свежие грибы содержат по массе 90% воды, а сухие 12%. Сколько получится сухих грибов из 22 кг свежих?